ПРИГЛАШАЕМ ВАС К УЧАСТИЮ В КОНКУРСЕ И ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!

Предлагается выполнить задания и выслать работы с пометкой «На конкурс» по адресу: *69600, Запорожье, ул. Жуковского, 66, Запорожский национальный университет, кафедра алгебры и геометрии* **или, на электронный адрес: matkonkurs2010@mail.ru** до 1 апреля 2012 года. По электронной почте можно отсылать и работы, написанные от руки и отсканированные.

Обращаем Ваше внимание на то, что электронный адрес и сроки отличаются от приведенных в приказе №706 о проведении конкурса. Верной является информация, приведенная выше.

ТРЕТИЙ ЗАОЧНЫЙ КОНКУРС УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ

Математический блок

1. Является ли число $\sqrt[7]{1+\sqrt[3]{2+\sqrt{3}}}$ рациональным?

2. Докажите, что выпуклый четырехгранный угол можно пересечь плоскостью так, чтобы в сечении получился параллелограмм.

3. Ограниченная фигура на плоскости имеет площадь S>2. Докажите, что её можно параллельно перенести так, чтобы она покрыла не менее 3 точек с целыми координатами.

4. Представьте (если это возможно) каждое из натуральных чисел от 1 до 100 в виде математических выражений, содержащих цифры 2,0,1 и 2 (именно в таком порядке), а также знаки математических операций, знаки радикалов, скобки, знаки факториалов. Можно использовать операцию возведения в степень. Буквы, в том числе и для обозначения функций, использовать запрещено. Все символы, в том числе и различные виды скобок, понимаются так, как это принято в математике. (Оценивается количество чисел, для которых получены правильные представления. Для каждого из чисел оценивается только одно представление).

Аналитический блок

1. В ΔABC проведена биссектриса BD. Известно, что $AB=30$, $BD=16$, $AD=20$ и $BD=BC$. Найти DC.

1.1. Приведите два способа решения этой задачи.

1.2. Объясните, почему результаты решения не совпадают.

2.1. Докажите тождество $\sum\limits_{k=1}^{\infty}\frac{1}{k^2+k+1}=\frac{\pi}{4}$.

2.2. Обобщите это тождество.

3. Три игрока A, B и C играли в некоторую игру «на вылет», то есть в каждом розыгрыше двое играют, а третий – ждет, и в следующей партии заменяет проигравшего (ничьих не бывает). В результате игрок A сыграл m розыгрышей, игрок B – n розыгрышей, и игрок C – k розыгрышей.

3.1. Найти (если возможно) k, если m=25, n=12.

3.2. Для произвольных натуральных значений m,n найти все возможные значения k.

4. В книге «Как решают нестандартные задачи» авторов А. Я. Канель-Белова и А. К. Ковальджи на странице 71 приведена задача № 34:

Докажите, что если n пробегает все натуральные числа, то $\left[n+\sqrt{n+0,5}\right]$ пробегает все натуральные значения, кроме точных квадратов.

Покажите, что условие задачи неверно. Исправьте выражение $\left[n+\sqrt{n+0,5}\right]$ так, чтобы утверждение стало верным, и решите задачу в исправленном виде.

Криптографический блок

1. Даны числительные, записанные на некотором языке, и их числовые обозначения в другом порядке:

berrogeita bi, laurogeita hiru, berrogeita hamasei, hirurogeita hamar, hogeita bost, laurogei, hirurogeita hamazortzi, berrogeita lau, hogeita hamazazpi;

80, 56, 44, 78, 37, 42, 25, 83, 70.

1.1. Установите правильные соответствия.

1.2. Запишите на этом языке числа: 14, 53, 30.

1.3. Переведите с этого языка выражения: laurogeita hamabost, hirurogeita lau, hogeita zortzi.

2. Даны числа, записанные по некоторой системе, и их обычные записи:

$\Delta\text{I} - 11$, $\text{HIII} - 103$, $\Delta\Pi\text{I} - 16$,

$\text{H}\Delta\Delta\Pi\text{IIII} - 129$, $\Delta\Delta\Pi\text{III} - 28$,

$\Pi^{\text{H}}\text{H}\Delta\Delta - 620$, $\Pi^{\Delta}\Pi\text{I} - 56$.

2.1. Запишите обычными цифрами числа:

$\Pi^{\Delta}\Delta\Pi\text{III}$, $\text{HH}\Delta\Delta\Delta\Pi$, $\Pi^{\text{H}}\text{HHH}\Pi$.

2.2. Запишите в рассмотренной системе числа:

24, 40, 91, 157, 555

Поясните Ваше решение.

В случае, если решение не доведено до конца, балы будут начисляться и за рассмотренные частные случаи.

С вопросами по формулировкам задач также можно обратиться по адресу matkonkurs2010@mail.ru